

“**Estudio:** 1. Esfuerzo que pone el entendimiento aplicándose a conocer algo. 2. Obra de cierta extensión en que se expone y analiza una cuestión determinada.

Previo, via: 1. Anticipado, que va delante o que sucede primero.”

— Real Academia Española

6

Estudios previos

Contenidos

6.1	Introducción	2
6.1.1	Objetivos	2
6.2	Estudios previos	2
6.2.1	El plan estratégico	2
6.2.2	Los estudios de viabilidad	3
6.3	El estudio de mercado	3
6.4	Técnicas de ayuda a la toma de decisión	7
6.4.1	Introducción	7
6.4.2	Programación multiobjetivo	8
6.4.3	Programación compromiso	13
6.4.4	Ponderación lineal	14
6.4.5	La teoría de utilidad multiatributo	14
6.4.6	Relaciones de sobreclasificación	17
6.4.7	Proceso analítico jerárquico	20
6.5	Conclusiones	26
6.5.1	Puntos tratados	26
6.5.2	Preguntas abiertas	26
6.5.3	Lecturas recomendadas	27
	Bibliografía	28

6.1 Introducción

6.1.1 Objetivos

Tras esta lección, el alumno conocerá:

- Cómo los objetivos de los proyectos deberán estar alineados con los marcados por la empresa en su plan estratégico.
- La moderna concepción del estudio de viabilidad como germen cuyos frutos han de ser gestionados en contraposición al documento perecedero de un sólo uso.
- Las funciones principales que cumplen los estudios de viabilidad.
- Los objetivos fundamentales del estudio de mercado.
- Algunas técnicas de ayuda a la toma de decisiones.

6.2 Estudios previos

6.2.1 El plan estratégico

El primer paso que da una empresa para poder afrontar su nueva vida, y posteriormente para continuarla, es la elaboración de un *plan estratégico* a seguir para tratar de obtener un desarrollo óptimo de la misma [4]. En este plan, tras reconocer las oportunidades y amenazas que deparan los entornos que envuelven al sistema empresarial y evaluar las fortalezas y debilidades del propio sistema, se trazarán las estrategias a seguir para el desarrollo óptimo, los objetivos a alcanzar para llevar a cabo con éxito dichas estrategias, y las acciones a tomar para obtener los objetivos prefijados. Estas acciones incluirán un conjunto de proyectos de diversa índole que se traducirán en inversiones a realizar.

El plan debe reportar una serie de beneficios entre los cuales se encuentra el económico, que no es el único ni mucho menos, pero que es estrictamente necesario para la supervivencia.

Por un lado, y en primer lugar, deberá comprobarse la correspondiente factibilidad del plan (con sus propios objetivos, análisis económico, financiero, de riesgo, etc.), cuestión ésta que deberá verificarse inmediatamente después de la elaboración del mismo. Por otro lado, los proyectos que emanan del plan deberán ser factibles desde el punto de vista tecnológico, técnico, económico y financiero, para configurar un conjunto que asegure la consecución de los objetivos marcados por el mismo. Esta etapa inicial de estudios se denomina fase de **Estudios Previos** y corresponde a todas aquellas investigaciones y estudios necesarios que tratan de **evaluar la viabilidad de un proyecto**.

El estudio de viabilidad del proyecto deberá tener siempre en cuenta su interrelación con el resto de proyectos y que la rentabilidad de éstos resulta menos significativa que la del plan. La fragmentación en proyectos independientes aumenta el peligro de propiciar la confusión de rentabilidades¹. La rentabilidad de un proyecto podría ir en contra de la de otro, y esto debe tenerse en cuenta. Tampoco se deben ignorar las posibles circunstancias de recursos escasos; en este caso ha de establecerse una jerarquización o selección de prioridades.

¹Financiando, por ejemplo, varios proyectos sobre las mismas bases.

6.2.2 Los estudios de viabilidad

Los estudios de viabilidad son un conjunto de estudios multidisciplinarios para definir y evaluar un proyecto, con objeto de tomar la decisión de llevarlo a cabo[4]. Tradicionalmente, cuando la viabilidad relativa a los aspectos técnicos y financieros quedaba demostrada y se tomaba la decisión, el estudio era en muchos casos olvidado en un cajón de la mesa del decisor. Sin embargo, el concepto actual del estudio de viabilidad no olvida que dicha viabilidad puede verse influida por una gran cantidad de factores cualitativos y cuantitativos, como la originalidad, la ética, el plazo disponible, la mano de obra y otros recursos, la seguridad, los aspectos técnicos, los aspectos medioambientales, el beneficio social, el mercado, los aspectos económicos y financieros y los relacionados con lo social y lo político.

En muchos casos, el estudio de viabilidad es la base para la generación de los objetivos del proyecto, puesto que:

- Establece las condiciones que hacen factible el proyecto.
- Determina las funciones a tener en cuenta al realizar trueques entre los diferentes objetivos durante todo el proyecto.
- Define los parámetros críticos² a controlar y los umbrales en los que el proyecto deja de ser factible.
- Es revisado periódicamente y siempre que hay variaciones en los parámetros críticos.
- Identifica factores de riesgo³ y oportunidades que pueden influir sobre los objetivos, sean obvios u ocultos⁴.
- Incluye la definición del sistema de seguimiento y control posterior, constituyendo la base para la toma de decisiones del proyecto.

En consecuencia, el estudio de viabilidad se concibe de una manera dinámica o continua y constituye, en muchos casos, la primera actividad a desarrollar dentro de la dirección del proyecto, debiendo ser desarrollada con los mismos criterios que las fases subsiguientes.

Tal como se comentaba en lecciones anteriores, los estudios realizados con el fin de evaluar la viabilidad de un proyecto analizan habitualmente las posibles alternativas desde los puntos de vista: económico, técnico y financiero. Un estudio de viabilidad completo incluye una serie de estudios de distinto tipo, como son: estudio de mercado, tamaño del proyecto, procesos aplicables, tecnología, localización, emplazamiento, impacto ambiental, estimación de la inversión, financiación, presupuesto de ingresos y gastos, etc. Esta lección se centra en el estudio de mercado, así como en la presentación de distintas técnicas de ayuda a la toma de decisiones, las cuales pueden ser muy útiles a la hora de elegir entre las distintas alternativas –o establecer preferencias– que pueden presentarse durante la elaboración del estudio de viabilidad o, incluso, en fases posteriores del proyecto.

6.3 El estudio de mercado

La finalidad del estudio de mercado, es probar que existe un número suficiente de individuos, empresas u otras entidades económicas que, dadas ciertas condiciones, presentan una demanda que justifica la puesta en marcha de un determinado proyecto en un cierto período.

²Aquellos que originan grandes cambios en los resultados del proyecto con pequeñas variaciones en sus valores.

³El estudio de viabilidad da comienzo al proceso de dirección del riesgo, identificando riesgos y oportunidades, evaluando el impacto y definiendo a nivel básico las estrategias del proyecto frente al riesgo.

⁴Elementos o situaciones que pueden influir en el proyecto pero que son desconocidos por el promotor en un primer momento.

El estudio debe incluir asimismo las formas específicas que se utilizarán para llegar hasta esos demandantes. Los pasos fundamentales que se deben realizar en un estudio de mercado pasan por:

1. Definir correctamente los aspectos del estudio general del mercado que interesan en relación con el proyecto específico de que se trata.
2. Recopilar información de antecedentes (usos del bien o servicio, series estadísticas de producción, importación, exportación, etc., tipo y costumbres de los consumidores, distribución geográfica del mercado, métodos de comercialización etc., posibles cambios demográficos...).
3. Fijación de la cuantía de la demanda total actual, real⁵ y aparente⁶.
4. Conclusiones y previsiones respecto a la comercialización del bien o servicio (formas de distribución, problemas de transporte...).
5. Conclusiones y previsiones respecto a la incidencia de la política económica en el mercado (solución que se podría dar a problemas relacionados con fijaciones de precios, racionamientos, existencia de monopolios de distribución o transporte, protección aduanera, exenciones tributarias, subsidios, etc.).
6. Proyección de la demanda.

Todos estos puntos de análisis pueden ser abordados por los siguientes estudios de detalle:

1. Análisis de la demanda
2. Análisis de la oferta
3. Análisis de los canales de comercialización
4. Análisis de precios

Análisis de la demanda

Se entiende por demanda *la cantidad de bienes y servicios que el mercado requiere o solicita para buscar la satisfacción de una necesidad específica a un precio determinado*.

La demanda es función de una serie de factores, como son la necesidad real que se tiene del bien o servicio, su precio, el nivel de ingreso de la población, y otros, por lo que en el estudio habrá que tomar en cuenta la información proveniente de fuentes primarias (información obtenida directamente del consumidor a través de encuestas, observación de su conducta, etc.) y secundarias (información escrita sobre el tema, etc.), de indicadores econométricos, etc.

La importancia que tiene este factor en la evaluación de un proyecto queda de manifiesto si se considera que la variable de mayor incidencia en el rechazo de solicitudes de otorgamiento de créditos para financiar nuevas iniciativas de inversión la constituye la poca confianza que éstos tienen respecto a las posibilidades efectivas de éxito en los niveles de ventas propuestos.

Aquí se advierte la importancia de la creación de modelos robustos de predicción de la demanda. Para la constitución de estos modelos el primer paso suele ser la identificación de las variables que puede explicar el comportamiento de aquella. A continuación se procede a la captura de valores de las variables ⁷y, a partir de ellos se procede a construir un modelo que explique la demanda. En un mercado de libre concurrencia,

⁵La demanda real es el conjunto de productos o servicios que los consumidores realmente adquieren en el mercado, en un tiempo determinado y a un precio dado.

⁶Es la demanda que considera al mercado de forma general y se estima para un periodo establecido, con base en los conocimientos de la producción, exportación, importación y saldo del stock del producto que se está estudiando.

⁷Habitualmente reciben el nombre de patrones.

el precio se determina por un equilibrio entre oferta y demanda, por tanto esas dos variables suelen ser explicativas de la formación del precio.

Las diferentes técnicas para construcción de modelos (regresión lineal paramétrica, regresión no lineal paramétrica, modelos no paramétricos, etc.), ya sean univariantes o multivariantes se escapan al alcance de este tema, pero se encuentran en la base de los trabajos para tener un sistema de información poderoso que ayude a estimar el comportamiento de la demanda.

En cualquier caso, el principal propósito que se persigue con el análisis de la demanda es determinar y medir cuáles son las fuerzas que afectan los requerimientos del mercado con respecto a un bien o servicio, así como determinar la posibilidad de participación del producto del proyecto en la satisfacción de dicha demanda.

Cuando la demanda es, de modo univariante, muy sensible a algún factor, como, por ejemplo, el precio del bien o servicio, se dice que ésta posee mucha elasticidad⁸ frente al precio. Evidentemente se puede estudiar el comportamiento de esa demanda frente a otros factores y tratar de evaluar así su 'elasticidad'.

Así se han elaborado teorías que tratan de *explicar* el tipo de elasticidad teniendo en cuenta otros factores como:

- *Tipo de necesidades que satisface el bien.* Si es de primera necesidad su demanda es más inelástica mientras que si es de lujo, su demanda tiende a ser más elástica.
- *Existencia de bienes sustitutivos.* Cuantos más bienes sustitutivos existan más elástica tenderá a ser su demanda.
- *El precio.* La elasticidad de la demanda no se mantiene constante a lo largo de toda la curva de precios potenciales para el bien o servicio.
- *etc.*

Análisis de la oferta

Oferta es la cantidad de bienes o servicios que un cierto número de oferentes (productores) están dispuestos a poner a disposición del mercado a un precio determinado.

Análogamente al caso de la demanda, aquí habrá que analizar la estructura de la oferta y realizar las pertinentes proyecciones hacia el futuro, empleando las técnicas estadísticas adecuadas. Entre los datos que será necesario tener para realizar un mejor análisis de la oferta están:

- Número de productores
- Localización
- Capacidad instalada y utilizada
- Calidad y precio de los productos
- Planes de expansión
- Inversión fija y número de trabajadores

⁸La elasticidad de la demanda es el porcentaje que varía la cantidad demandada al modificarse otra variable.

Análisis de los precios

El precio es *la cantidad monetaria a la que los productores están dispuestos a vender, y los consumidores a comprar, un bien o servicio, cuando la oferta y la demanda están en equilibrio*.

Conocer el precio es importante porque es la base para calcular los ingresos futuros, y hay que distinguir exactamente de qué tipo de precio se trata y cómo se ve afectado al querer cambiar las condiciones en que se encuentra, principalmente el sitio de venta.

Análisis de la comercialización

La comercialización es *la actividad que permite al productor hacer llegar un bien o un servicio al consumidor con los beneficios de tiempo y lugar*.

A pesar de ser un aspecto poco favorecido en los estudios, la comercialización, en el funcionamiento de una empresa, es parte vital. Se puede estar produciendo el mejor artículo en su género al mejor precio, pero si no se tienen los medios para hacerlo llegar al consumidor en forma eficiente, esa empresa irá a la quiebra.

La comercialización no es la simple transferencia de productos hasta las manos del consumidor; esta actividad debe conferirle al producto los beneficios de tiempo y lugar; es decir, una buena comercialización es aquella que coloca al producto en un sitio y momento adecuados, para dar al consumidor la satisfacción que él espera con la compra.

Normalmente ninguna empresa está capacitada, sobre todo en recursos materiales, para vender todos sus productos directamente al consumidor final. Este es uno de los males necesarios de nuestro tiempo: los *intermediarios*, que son empresas o negocios propiedad de terceros encargados de transferir el producto de la empresa productora al consumidor final. Hay dos tipos de intermediarios: los comerciantes y los agentes. Los primeros adquieren el título de propiedad de la mercancía, mientras que los segundos no lo hacen, sino sólo sirven de *contacto* entre el productor y el vendedor.

Entre el productor y el consumidor final puede haber varios intermediarios, cada uno ganando entre un 25 % a 30 % del precio de adquisición del producto, de manera que si hubiera cuatro intermediarios, un producto doblaría su precio desde que sale de la empresa productora hasta el consumidor final. A pesar de saber que este último es el que sostiene todas esas ganancias, ¿por qué se justifica la existencia de tantos intermediarios?

La respuesta a la pregunta viene dada por los beneficios que los intermediarios aportan y que son:

1. Asignan a los productos el emplazamiento y el momento adecuados para ser consumidos adecuadamente.
2. Concentran grandes volúmenes de diversos productos y distribuyen grandes volúmenes de productos diversificados, haciéndolos llegar a lugares lejanos.
3. Salvan grandes distancias y asumen los riesgos del transporte acercando el mercado a cualquier tipo de consumidor.
4. Al estar en contacto directo tanto con el productor como con el consumidor, conocen los gustos de éste y piden al primero que elabore exactamente la cantidad y el tipo de artículo que sabe que se va a vender.
5. Es el que verdaderamente sostiene a la empresa al comprar grandes volúmenes, lo que no podría hacer la empresa si vendiera al menudeo, es decir, directamente al consumidor. Esto disminuye notablemente los costes de venta de la empresa productora.

6. Muchos intermediarios promueven las ventas otorgando créditos a los consumidores y asumiendo ellos ese riesgo de cobro. Ellos pueden pedir, a su vez, créditos al productor, pero es más fácil que un intermediario pague sus deudas al productor, que todos los consumidores finales paguen sus deudas al intermediario.

6.4 Técnicas de ayuda a la toma de decisión

6.4.1 Introducción

A lo largo de las distintas fases del ciclo de vida de un proyecto, resulta necesario evaluar distintas opciones mediante un proceso de análisis y de toma de decisiones; con el fin último de asesorar al promotor o a la propiedad en la valoración de posibles *alternativas*. Las alternativas serán de primer o de segundo orden atendiendo a la reversibilidad de las consecuencias derivadas de su elección efectiva. Las alternativas de primer orden, o estratégicas, son mutuamente excluyentes e irreversibles. Este es el caso, por ejemplo, de la decisión referente a la localización geográfica de nuestro proyecto. Las alternativas de segundo orden, o tácticas, serán aquellas con un cierto grado de reversibilidad, valga como ejemplo la toma de decisión correspondiente al plan de producción de la empresa y su capacidad de *stock*.

En este enfoque, el decisor se encuentra con distintos *atributos*, propiedades que caracterizan cada una de las posibles soluciones factibles y que habitualmente podremos expresar de forma matemática como una función de otras variables de interés. La dirección de mejora de los atributos la marcan los correspondientes *objetivos* a alcanzar, según el tipo de optimización que debamos seguir: en unos casos maximización y en otros minimización, del atributo correspondiente.

Con frecuencia, cuando hacemos frente a un problema decisional complejo, no es viable satisfacer óptimamente todos los objetivos deseados, por ser su realización mutuamente exclusiva, teniendo entonces que llegarse a un compromiso en los logros alcanzados en cada uno de estos objetivos. Los distintos niveles de realización de los atributos representan *aspiraciones*, cuya cuantificación explícita supone una *meta* a alcanzar. Los *criterios* utilizados combinarán las ternas *Objetivo – Aspiración – Meta*, en cada caso concreto, para establecer la preferencia y la relevancia de unas alternativas sobre otras. Los criterios son los atributos, objetivos o metas que se consideran relevantes en un cierto problema de decisión.

En un proyecto, la toma de decisiones no queda restringida a la finalización de cada fase del ciclo de vida del proyecto, antes de iniciar la siguiente: antes de su ejecución, en las etapas de estudios previos, durante su explotación y gestión para comprobar el grado de cumplimiento de las previsiones, etc.; sino que puede enfocarse como un proceso de análisis continuo desde el inicio hasta la conclusión del proyecto, asesorando no sólo en las decisiones estratégicas sino también en las de menor rango.

Tradicionalmente, la toma de decisiones se ha dirigido de arreglo a un único criterio, según una estructura simple de tres fases:

1. La determinación primera del conjunto de soluciones que cumplen las restricciones impuestas en cada caso concreto. A estas soluciones las llamaremos *factibles*.
2. De acuerdo a las preferencias del decisor, se define de forma cuantitativa el grado de *utilidad* de cada una de estas soluciones, o de preferencia de unas sobre otras; esto es, el agrado que cada solución supone al decisor. Se establece así una relación de orden entre las distintas soluciones.
3. Para concluir, el uso de algoritmos matemáticos permite realizar la búsqueda de la *solución óptima*, de entre las factibles.

Este enfoque decisional cuenta como ventaja la gran solidez de sus fundamentos y la coherencia interna del modelo en todas sus fases. Sin embargo, su aplicación práctica se encuentra limitada por la desviación

existente entre los requisitos necesarios en el marco teórico y las condiciones reales del entorno donde debe aplicarse. Frecuentemente los decisores se ven obligados a trabajar con diversos criterios de forma simultánea, situación esta no contemplada en el modelo tradicional. La complejidad de la toma de decisiones se incrementa con la imprecisión de los criterios y la difícil cuantificación de su valoración. Además, la descripción de los criterios esta ligada a la subjetividad de las personas que deban tomar las decisiones y que puedan definirlos de forma distinta según el problema a tratar. El análisis y la determinación de qué solución es la óptima ante un problema donde intervienen numerosos factores justifica el apoyo de una técnica de decisión multicriterio que facilite el análisis. Así, en la última mitad del siglo XX han surgido paradigmas alternativos en la teoría de decisión multicriterio, que dan respuesta a las situaciones reales planteadas:

- Si el conjunto de alternativas es continuo:
 - Programación multiobjetivo
 - Programación compromiso
 - Programación por metas
- Si el conjunto de alternativas es discreto
 - Ponderación lineal (*scoring*)
 - La teoría de utilidad multiatributo
 - Relaciones de sobreclasificación
 - Proceso analítico jerárquico (AHP)

6.4.2 Programación multiobjetivo

La programación multiobjetivo aborda el problema de dar respuesta a la optimización simultánea de varios objetivos que pueden entrar en conflicto entre sí. Al utilizar vectores creados con los diferentes atributos, se le denomina también optimización vectorial. Este enfoque persigue la búsqueda dentro del conjunto de soluciones factibles, esto es, las que satisfacen las condiciones del entorno y las circunstancias de nuestro problema decisional. La optimización simultánea de varios objetivos es habitualmente inalcanzable en grado absoluto, pues con frecuencia aparecen incompatibilidades e interferencias de unos atributos sobre los otros. Por ello, el enfoque multiobjetivo no persigue la determinación de una solución óptima absoluta y de especial preferencia sobre las demás, sino que proporciona un conjunto, finito o infinito, de soluciones eficientes y óptimas según el criterio de W. Pareto. Según Pareto, un conjunto de soluciones es eficiente (o *Pareto óptimo*) cuando se encuentra constituido por soluciones cuya mejora en cualquiera de sus atributos no es posible sin la merma en otro de ellos.

La programación multiobjetivo no utiliza, no obstante, ningún tipo de información sobre las preferencias del decisor, pues no es su objetivo llegar a un punto dominante en la relación de preferencias, sino a un conjunto eficiente y Pareto óptimo.

El planteamiento del problema de programación multiobjetivo se representa esquemáticamente de la siguiente manera:

$$\text{OP } F(x) = [f_1(x), \dots, f_q(x)]$$

sujeto a

$$X \in \Omega$$

donde

- Op F significa la búsqueda de soluciones Pareto Óptimas.
- $f_i(x)$ es la expresión matemática del atributo i -ésimo.

- X Vector de variables de decisión.
- Ω es el dominio de soluciones factibles condicionadas por las restricciones del entorno.

Veamos un ejemplo en el que podamos comprender las limitaciones del método tradicional y valoremos el alcance del método propuesto.

Ejemplo

Se considera el caso de un lavadero de minerales. Con él intentaremos aclarar las diferencias entre un proceso de *búsqueda* y una *elección* y toma de decisiones.

El lavadero de minerales que analizamos es capaz de procesar hasta 7 toneladas diarias de tierra, por las características propias de esta instalación concreta. El grado máximo de limpieza de los minerales depende del tiempo que dediquemos a esta labor, y por tanto de la masa de tierras procesadas diariamente. El precio que podamos exigir a nuestros compradores dependerá asimismo del grado de limpieza de los minerales; y la estructura de costes de la empresa tendrá en cuenta los costes fijos de explotación de los recursos y los costes variables dependientes de la producción. La expresión matemática, para nuestro caso concreto, del grado de limpieza, del precio y de la estructura de costes, adopta la siguiente forma:

$$L \leq 100 - 10T \quad (6.1)$$

$$P = 5L \quad (6.2)$$

$$C = 3 + 200T \quad (6.3)$$

Donde L representa el grado de limpieza, T la masa de tierras procesada, P el precio y C los costes totales.

Enfoque tradicional:

Bajo el paradigma decisional tradicional, podríamos afrontar el problema de «determinar» los valores óptimos de masa de tierra procesada y grado de limpieza, utilizando como criterio, por ejemplo, la búsqueda del máximo beneficio.

$$\text{máx } \{B = PT - 200T - 3\} \quad (6.4)$$

sujeto a las restricciones

$$0 \leq T \leq 7 \quad (6.5)$$

$$L \leq 100 - 10T \quad (6.6)$$

En este caso sencillo, por utilizar tan sólo dos variables y un atributo, podemos representar gráficamente la situación planteada (figura 6.1). Las curvas de iso-beneficio, o curvas de nivel de la superficie generada por B , son hipérbolas, tal y como puede fácilmente comprenderse al expresar:

$$L = \frac{B + 3}{5T} + 40 \quad (6.7)$$

A medida que otorgamos valores crecientes al parámetro B , las distintas hipérbolas se alejan del origen de coordenadas. Este alejamiento del centro se ve limitado por las restricciones impuestas, en este caso, que la solución pertenezca al polígono limitado por el segmento de recta $L = 100 - 10T$ y el intervalo $(0 \leq T \leq 7)$. Si cuanto más alejada esté la hipérbola del origen mayor beneficio obtenemos, alcanzaremos el nivel óptimo en la curva más alejada del origen que sea compatible con nuestras restricciones, esto es, en el punto de tangencia del segmento considerado y la familia de hipérbolas. La optimización podría obtenerse utilizando

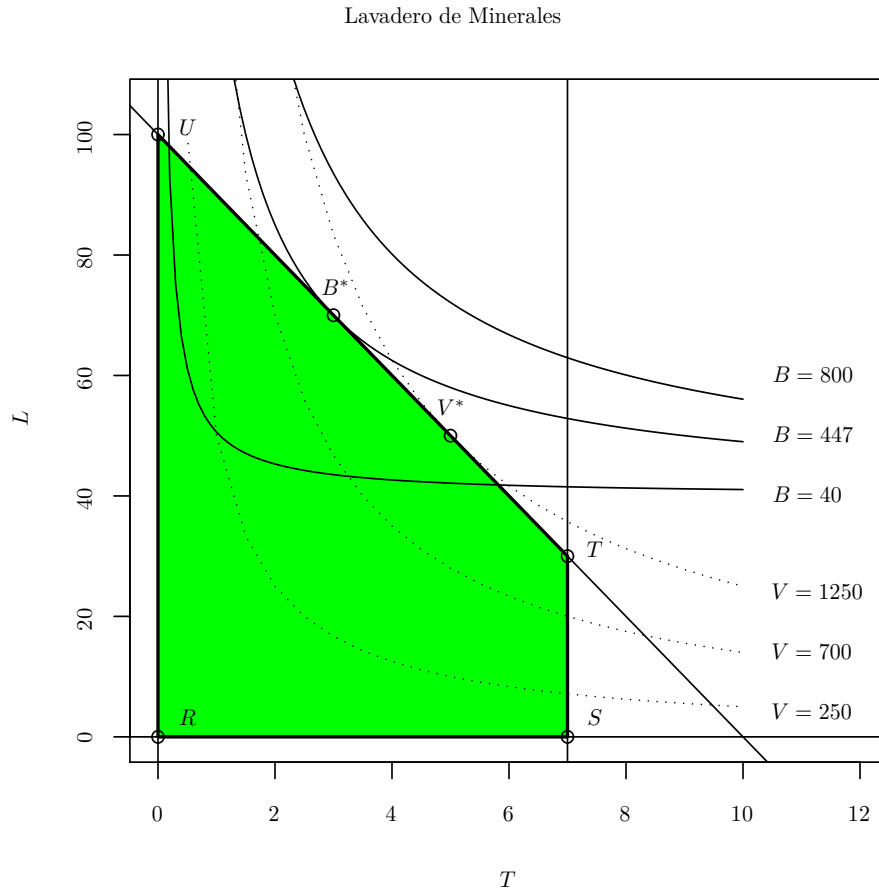


Figura 6.1: Ejemplo del lavadero de minerales preciosos

bien utilizando métodos como el de Lagrange, o bien simplemente substituyendo la variable $L = 100 - 10T$ en la expresión del beneficio e igualando a cero su derivada. En cualquier caso tendríamos como coordenadas del punto óptimo $T = 3$, $L = 70$ y $B = 447$.

Sin embargo, podría haberse dado el caso en que nos interesara utilizar como criterio de optimización la búsqueda de un máximo nivel de ventas. En ese caso plantearíamos nuestro problema como:

$$\text{máx } V = 5LT \quad (6.8)$$

$$0 \leq T \leq 7 \quad (6.9)$$

$$L = 100 - 10T \quad (6.10)$$

De donde, obtendríamos como nivel óptimo de funcionamiento el punto $V^* \equiv \{T = 5, L = 50\}$ y un volumen de ventas asociado $V = 1250$.

En este ejemplo, en función del criterio utilizado, el paradigma tradicional nos proporciona una solución diferente, sin proporcionar información sobre al valor más adecuado en caso de querer comprometer ambos criterios simultáneamente. Además, no hemos tenido que tomar ninguna decisión en la búsqueda de los puntos óptimos anteriores, sino que el punto óptimo viene determinado estrictamente por el criterio utilizado y las condiciones y restricciones del problema decisional, limitándonos únicamente a *buscar* por medio del buen uso de las herramientas matemáticas las coordenadas de la solución.

Enfoque multicriterio:

Consideraremos ahora ambos criterios de forma simultanea. Entonces el problema se plantea en los siguientes términos:

$$\text{OP } F = \{f_1 = 5LT, f_2 = 5LT - 200T - 3\} \quad (6.11)$$

$$0 \leq T \leq 7 \quad (6.12)$$

$$L = 100 - 10T \quad (6.13)$$

Resulta inmediato obtener la imagen del polígono $\{RSTU\}$ al aplicar la transformación F al conjunto de soluciones factibles, esto es, a cada punto del polígono anterior. Con esta operación podremos observar el grado de optimalidad de cada una de las soluciones factibles y escoger el conjunto de puntos que sean óptimos en el sentido de Pareto, esto es, que no pueda existir otra preferente en un atributo sin perjuicio de otro. La figura 6.2 representa la región de soluciones factibles. De todas las posibles soluciones, solo las que dibujan la curva periférica entre B' y V' son óptimas de Pareto, pues dominan la región inferior e izquierda.

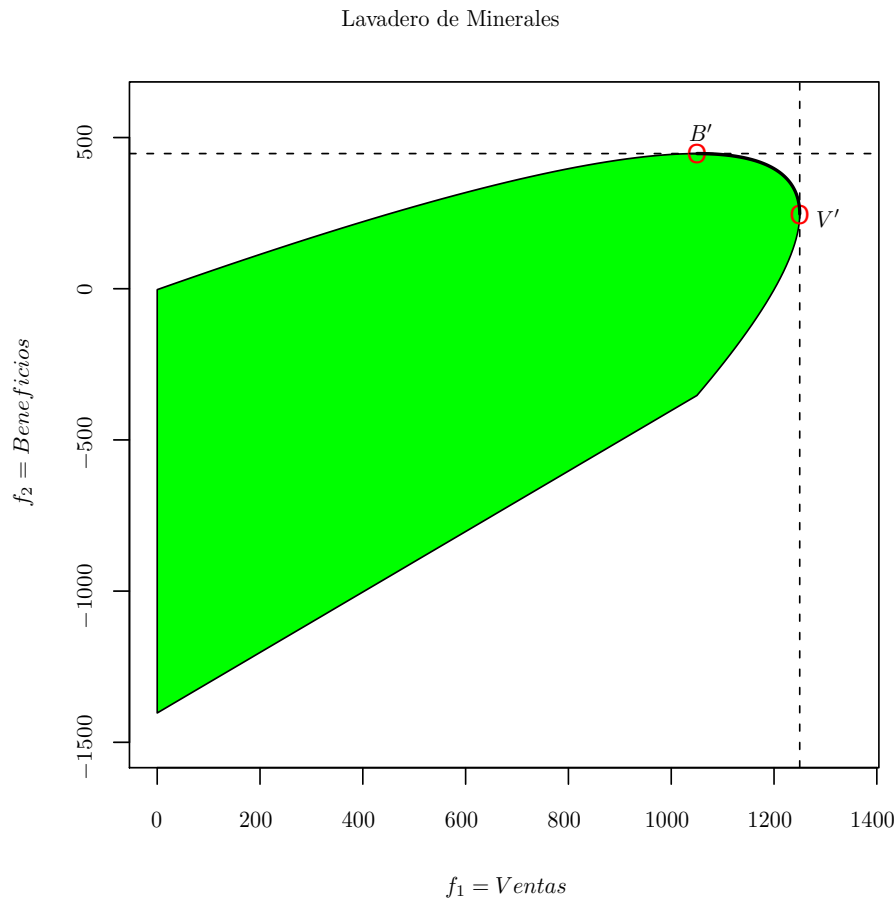


Figura 6.2: Atributos del lavadero de minerales preciosos

La determinación gráfica de las soluciones Pareto-óptimas es factible en dimensión baja. En problemas más complejos, de dimensión superior, la resolución práctica de este planteamiento involucra técnicas concretas, como pueden ser el método de las restricciones y el método de las ponderaciones. Estas técnicas proporcionan algoritmos computacionales que determinan conjuntos finitos de soluciones. Ambas simplifican la optimización al trabajar con una única función a optimizar.

Método de las restricciones[6]

En el método de las restricciones se considera la optimización de cada función objetivo en pasos independientes. Al optimizar uno de los objetivos, el resto entra a formar parte en la optimización dentro del conjunto de restricciones, imponiendo un valor umbral que deben satisfacer.

El problema se plantea de la siguiente forma:

$$\text{OP } F = f_i(X) \quad (6.14)$$

$$X \in \Omega \quad (6.15)$$

$$f_j \geq k_j \quad j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, p \quad (6.16)$$

Al considerar distintos valores para los parámetros k_j obtendremos diversos conjuntos de puntos Pareto-óptimos.

Método de las ponderaciones[11]

En el método de las ponderaciones la estrategia sigue siendo la optimización de sólo un objetivo, pero esta vez obtenido como combinación lineal de todos los posibles factores.

$$\text{OP } F = \sum_{i=1}^p w_i f_i(X) \quad (6.17)$$

$$X \in \Omega \quad (6.18)$$

$$w_i \geq 0 \quad (6.19)$$

Según variemos el valor de los parámetros w_i , iremos obteniendo distintos conjuntos de puntos. Estos métodos no imponen ninguna preferencia de un atributo sobre otro y proporcionan un conjunto de posibles soluciones óptimas en el sentido de Pareto. Uno de los resultados en los que se fundamenta este método dice que si $w_i > 0 \forall i$, entonces cualquier solución óptima del problema es eficiente.

Es importante recordar la necesidad de realizar una normalización para, entre otras cuestiones, expresar todos los atributos en una unidad similar. Cuando las unidades en que están medidos los diferentes criterios son muy diferentes –caso habitual–, una comparación o agregación de los diferentes criterios carece de significado. Además, en muchos problemas multicriterio, los valores alcanzables por los diferentes criterios pueden ser muy diferentes. En tales casos, sin una normalización previa, los métodos multicriterio favorecen implícitamente los objetivos que pueden alcanzar mayores valores. Entre los distintos procedimientos de normalización, podemos encontrar los siguientes:

- Uno de los métodos más simples consiste en dividir los valores que alcanza el criterio por su valor «mejor». Esto es, el valor máximo cuando el criterio consiste en un atributo del tipo «más mejor» o el mínimo cuando se trata de un atributo del tipo «menos mejor».
- También es posible normalizar dividiendo los valores que alcanza el criterio por su recorrido (diferencia entre el valor «mejor» y el valor «peor» alcanzado por cada criterio).
- En algunos métodos multicriterio resulta conveniente que los valores normalizados de los criterios queden acotados en el intervalo $[0,1]$. En estos casos, se resta al «mejor» valor el que realmente alcanza el criterio, dividiendo seguidamente dicha diferencia por el correspondiente rango. Con este sistema de normalización el valor normalizado del criterio es 0 cuando el criterio alcanza su «mejor» valor y por el contrario es 1 cuando el criterio alcanza su «peor» valor.

$$d_j = \frac{f_j^* - f_j(x)}{f_j^* - f_{j*}} \quad (6.20)$$

La comparación entre dos soluciones distintas proporcionará una disyuntiva, al ganar en un atributo perderemos en otro, o bien ganaremos en ambos pero en desigual medida. La tasa de intercambio (*trade-off* o coste de oportunidad) entre dos de sus atributos, nos proporciona información sobre el incremento marginal en ambos factores.

$$T(A, B)_{ij} = \frac{f(A)_j - f(B)_j}{f(A)_i - f(B)_i}$$

Esta tasa representa el número de unidades que debemos comprometer del atributo j a fin de obtener una unidad de atributo i . El decisor deberá proporcionar información adicional para determinar hasta que punto prefiere ceder en un atributo para ganar en otro.

Inconvenientes de la programación multiobjetivo

Uno de los principales inconvenientes de estos métodos es que cuando hay muchos objetivos, la información es excesiva para los decisores, lo que hace que se tiendan a ignorar los objetivos menos importantes, y a tratar incoherentemente el resto. Además, en casi todos los casos, la información del conjunto eficiente es excesiva.

Para solucionar estos problemas, se plantea incorporar las preferencias del decisor para reducir el conjunto eficiente, lo que lleva a los métodos de programación compromiso, programación por metas, etc.

6.4.3 Programación compromiso

En los conjuntos de soluciones Pareto-óptimas comentados, el decisor no ha aplicado aun ningún criterio de preferencia entre los distintos atributos. Es posible, por tanto, añadir esta información y considerar el problema de encontrar la solución preferida por el decisor. Esta claro que el decisor intentará alcanzar, y por tanto preferirá, soluciones lo más próximas posibles al punto *ideal* f^* correspondiente al óptimo en cada coordenada, determinado sin influencia del resto de objetivos. A su vez, se sentirá repelido por el punto *anti-ideal* f_* , que combina los peores resultados para cada atributo. Podemos determinar el punto de preferencia del decisor con tan sólo encontrar la solución factible que se encuentre a mínima distancia del ideal⁹. Para ello utilizaremos las métricas de Minkowsky, como una posible generalización de las euclídeas.

La distancia L_q de Minkowsky de orden q entre dos puntos A y B se puede calcular a partir de:

$$L_q = \left(\sum_{i=1}^p |a_i - b_i|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (6.21)$$

El punto x , óptimo, más próximo al punto ideal, cumplirá por tanto:

$$\min L_q = \left(\sum_{i=1}^p w_i^q \left| \frac{f^* - f(x)}{f^* - f_*} \right|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (6.22)$$

Donde w_i indica la importancia relativa del atributo i en las preferencias del decisor. El orden q de la distancia es un parámetro que iremos variando en un análisis de sensibilidad de la solución, en la búsqueda de un punto óptimo congruente. Conviene recordar que para aplicar este método (y no solo éste) es conveniente haber normalizado previamente los criterios para que no influya la diferencia de unidades de los mismos.

⁹Esta regla de comportamiento suele denominarse axioma de Zeleny, pues fue este investigador quien lo propuso en 1973[12].

En la figura 6.3 aparecen representados, para el problema decisional del ejemplo presentado en el apartado anterior, el punto ideal f^* y el punto anti-ideal f_* .

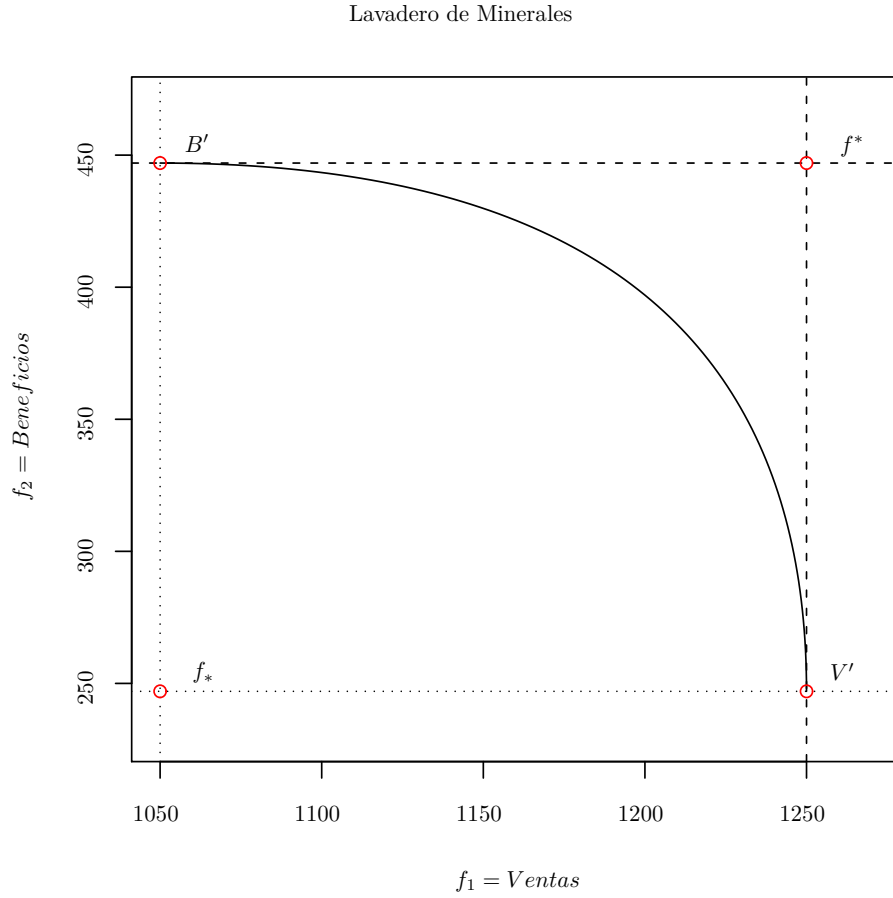


Figura 6.3: Atributos del lavadero de minerales preciosos

En el ejemplo anterior, podríamos expresar este planteamiento de la siguiente manera:

$$\min L_q = \left(w_1 \left| \frac{1250 - 5LT}{1250 - 1050} \right|^q + w_2 \left| \frac{447 - 5LT + 200T + 3}{447 - 247} \right|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (6.23)$$

Para $w_1 = w_2 = 0,5$, y $q = 1$, por ejemplo, se obtiene la solución más próxima a la ideal $x = (L = 60, T = 4)$ con un Beneficio de $B = 403$ unidades y unas Ventas $V = 1200$.

6.4.4 Ponderación lineal

El método de ponderación lineal (*scoring*) es probablemente el más conocido y el más comúnmente utilizado de los métodos de decisión multicriterio.

Con este método se obtiene una puntuación global por la simple suma de las contribuciones obtenidas de cada atributo. Insistir, una vez más, en que si se tienen varios criterios con diferentes escalas (dado que ellos no se pueden sumar directamente), se requiere un proceso previo de normalización para que pueda efectuarse la suma de las contribuciones de cada uno de los atributos. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el orden obtenido con este método no es independiente del procedimiento de normalización aplicado.

6.4.5 La teoría de utilidad multiatributo

La teoría de utilidad multiatributo (MAUT, *Multi-Attribute Utility Theory*), que fue introducida por Keeney

y Raiffa[5], en 1976, busca expresar las preferencias del decisor sobre un conjunto de atributos o criterios en términos de la utilidad que le reporta, dentro de un contexto de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre.

Se trata de modelos de agregación de preferencias efectuadas respecto a criterios individuales, en los cuales se modelan las preferencias globales del decisor mediante una función de valor. Es decir, se basan en estimar una función parcial para cada atributo de acuerdo con las preferencias del decisor, que luego agregan en una función de utilidad multiatributo en forma aditiva o multiplicativa.

Se usan cuando el conjunto de alternativas es discreto y finito y la decisión final tiene que satisfacer una serie de criterios o factores, generalmente en conflicto, con el objetivo final de ayudar a quien tiene que tomar la decisión para que adopte aquella que satisfazca mejor la mayoría de los objetivos planteados.

Método PRES II MULTIEXPERTO [1][2][9]

El proceso de aplicación del método es el siguiente:

1. Se analizan las alternativas que se hayan propuesto a un mismo problema.
2. Se seleccionan los factores de decisión.
3. Se ponderan los factores, asociando a cada uno de ellos un peso.
4. Se valoran las alternativas según el grado de satisfacción de cada factor, sabiendo si esta valoración es objetiva o subjetiva según el caso.
5. Para seleccionar los factores, ponderarlos y valorarlos se cuenta con la ayuda de un grupo de expertos que permite obtener resultados más fiables.
6. Se realiza la resolución analítica PRES, obteniéndose un índice de ordenación de las alternativas propuestas.
7. Por último, se analizan las gráficas de sensibilidades que aportan información sobre variaciones en el orden de las alternativas al modificar los pesos de los factores.

Un problema que se presenta en este tipo de métodos de decisión es determinar qué factores son importantes y la forma de ponderarlos. En la selección y evaluación de estos factores se puede pedir opinión a diferentes expertos y luego seleccionar aquellos que se consideren más relevantes. Hay que tomar en cuenta que algunos de ellos van a ser fácilmente cuantificables mientras que otros serán difícilmente cuantificables debido a su naturaleza o la dificultad de establecer una valoración objetiva.

Método por puntos [7]

Consiste en asignar factores cuantitativos a una serie de factores que se consideran relevantes para la localización. Esto deriva en una comparación cuantitativa de diferentes sitios.

El método permite ponderar factores de preferencia para el investigador al tomar la decisión. Se puede aplicar el siguiente procedimiento para jerarquizar los factores cualitativos:

1. Desarrollar una lista de factores relevantes.
2. Asignar un peso a cada factor para indicar su importancia relativa (los pesos deben sumar 1.00) y el peso asignado dependerá exclusivamente del criterio del investigador.
3. Asignar una escala común a cada factor (por ejemplo, de 0 a 10) elegir cualquier mínimo.
4. Calificar a cada sitio potencial de acuerdo con la escala designada y multiplicar la calificación por el peso.

5. Sumar la puntuación de cada sitio y elegir de máxima puntuación.
6. Entre los factores que se pueden considera para realizar la evaluación, se encuentran los siguientes:
 - (a) **Factores geográficos:** Relacionados con las condiciones naturales que rigen en las distintas zonas del país, tales como el clima, los niveles de contaminación y desechos, las comunicaciones (carreteras, vías férreas y rutas aéreas), etcétera.
 - (b) **Factores institucionales:** Son los relacionados con los planes y las estrategias de desarrollo y descentralización industrial.
 - (c) **Factores sociales:** Los relacionados con la adaptación del proyecto al ambiente y la comunidad. Estos factores son poco atendidos pero no menos importantes. Específicamente, se refieren al nivel general de los servicios sociales con que cuenta la comunidad, tales como escuelas (y su nivel), hospitales, centros recreativos, facilidades culturales y de capacitación de empleados, y otros.
 - (d) **Factores económicos:** Se refieren a los costos de los suministros e insumos en esa localidad, tales como la mano de obra, las materias primas, el agua, la energía eléctrica, los combustibles, la infraestructura disponibles, los terrenos y la cercanía de los mercados y las materias primas.

Método de Vogel [7]

Este método apunta al análisis de los costos de transporte, tanto de materias primas como de productos terminados. El problema del método consiste en reducir al mínimo posible los costos del transporte destinados a satisfacer los requerimientos totales de demanda y abastecimiento de materiales. Los supuestos, también consideradas como desventajas del método, son:

1. Los costos de transporte son una función lineal del número de unidades embarcadas.
2. Tanto la oferta como la demanda se expresan en unidades homogéneas.
3. Los costos unitarios de transporte no varían de acuerdo con la cantidad transportada.
4. La oferta y la demanda deben ser iguales.
5. Las cantidades de oferta y demanda no varían con el tiempo.
6. No considera más efectos para la localización que los costos del transporte.

Entre sus ventajas se destaca que es un método preciso y totalmente imparcial. Todos los datos se llevan a una matriz oferta-demanda u origen-destino. Se escogerá aquel sitio que cause los menores costos de transporte, tanto de la materia prima como del producto terminado.

El método consiste en la realización de un algoritmo que consta de 3 pasos fundamentales y 1 más que asegura el ciclo hasta la culminación del método:

- Paso1.* Determinar para cada fila y columna una medida de penalización restando los dos costos menores en filas y columnas.
- Paso2.* Escoger la fila o columna con la mayor penalización, es decir que de la resta realizada en el *Paso 1* se debe escoger el número mayor. En caso de haber empate, se debe escoger arbitrariamente (a juicio personal).
- Paso3.* De la fila o columna de mayor penalización determinada en el paso anterior debemos de escoger la celda con el menor costo, y en esta asignar la mayor cantidad posible de unidades. Una vez se realiza este paso una oferta o demanda quedará satisfecha por ende se tachará la fila o columna, en caso de empate solo se tachará 1, la restante quedará con oferta o demanda igual a cero (0).

Paso4.

- Si queda sin tachar exactamente una fila o columna con cero oferta o demanda, detenerse.
- Si queda sin tachar una fila o columna con oferta o demanda positiva, determine las variables básicas en la fila o columna con el método de costos mínimos, detenerse.
- Si todas las filas y columnas que no se tacharon tienen cero oferta y demanda, determine las variables básicas cero por el método del costo mínimo, detenerse.
- Si no se presenta ninguno de los casos anteriores vuelva al paso 1 hasta que las ofertas y las demandas se hayan agotado.

El método de la distribución modificada (MODI)

Este método es conocido como el método de los costes ficticios, consiste en añadir a la matriz de costes una fila y una columna que recogen unos costes ficticios determinados arbitrariamente (los números MODI), tal que permite calcular los índices de mejora para las celdas (casillas) no utilizadas sin tener que trazar todos los circuitos (ciclos) que requiere el algoritmo de *Stepping-Stone*.

Los pasos del método MODI:

- Paso1.* Se calculan los coeficientes de renglón y columna usando celdas llenas: Coeficiente del renglón + coeficiente de la columna = costo en la celda
- Paso2.* Se calcula el costo marginal de usar cada celda vacía: Costo marginal = costo en la celda (coeficiente del renglón + coeficiente de la columna).
- Paso3.* Se selecciona la celda vacía con el costo marginal más negativo (los empates se rompen arbitrariamente) de usar cada celda vacía: Costo marginal = costo en la celda (coeficiente del renglón + coeficiente de la columna)
- Paso4.* Se encuentra la trayectoria de revisión y se llena la celda vacía al máximo que permita la trayectoria.
- Paso5.* Se repiten los pasos 1 al 4 hasta que todos los costos marginales sean cero o positivos.

6.4.6 Relaciones de sobreclasificación

Otro enfoque es aquel en el cual, con el fin de poder comparar mejor las alternativas, y especialmente las eficientes, se introducen las denominadas «*relaciones de sobreclasificación*» (*outranking relationship*). Esta familia de métodos de ayuda a la decisión fue desarrollada inicialmente por Bernard Roy[3], en 1968, como una aproximación complementaria a la teoría de la utilidad multiatributo. De hecho, en este ámbito, uno de los más importantes y más difundidos es el método ELECTRE (*Elimination et choix traduisant la réalité*).

Estos métodos surgen al aceptar incomparabilidades y al no imponer propiedades de transitividad. Ello significa que las preferencias no pueden ser expresadas por una única función numérica.

Método ELECTRE [3]

El método ELECTRE considera un conjunto finito de posibles alternativas, sobre las que tenemos información acerca de los valores que adoptan sus atributos. Asimismo se posee información acerca de las preferencias del decisor, en la forma de distintos pesos con los que ponderar cada atributo. Mostraremos la operativa del método utilizando para ello un ejemplo práctico.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
A	100	160	2,5	7	1200
B	130	260	1,9	7	1632
C	120	235	1,8	6	2060
D	150	230	1,8	8	3400

Cuadro 6.1: Posibles trazados de la autopista

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
A	100	160	-2,5	7	1200
B	130	260	-1,9	7	1632
C	120	235	-1,8	6	2060
D	150	230	-1,8	8	3400

Cuadro 6.2: Datos de partida adaptados**Ejemplo**

En el proyecto para dotar de una autopista a una comarca, se valoran cuatro posibles trazados alternativos $\{A, B, C, D\}$. Cada trazado tiene una serie de características $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$ que pueden interpretarse, respectivamente, como el *montante de la subvención*, el *empleo generado*, el *impacto ambiental* ocasionado, el *número de incorporaciones y salidas* y el *número previsto de usuarios* que aprovecharán la vía. El valor de estos atributos para cada alternativa aparece reflejado en el cuadro 6.1. La comisión al cargo de decidir el trazado muestra las preferencias sobre cada uno de los atributos que pueden verse en el Cuadro 6.3.

En primer lugar y para no preocuparnos de la dirección preferente del decisor, adaptamos los valores de la matriz de partida cambiando el signo de la tercera columna (Cuadro 6.2).

A partir de estos datos podemos comenzar la resolución del problema determinando las matrices de índices de concordancia y de índices de discordancia. Los primeros indican en que grado los atributos de una de las alternativas dominan sobre los atributos de la otra. Los segundos indican hasta que punto no existen atributos que permitan el dominio de una alternativa sobre la otra.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
w_i	0,5	0,05	0,15	0,1	0,2

Cuadro 6.3: Preferencia w_i del decisor sobre el atributo X_i

En primer lugar procedemos a calcular la matriz de concordancias. Sus elementos $c(A_i, A_j)$, representan el grado en el que los atributos de A_i dominan sobre los de A_j . El cálculo es sencillo, pues únicamente tendremos que sumar los pesos correspondientes a los atributos en los que A_i domine a A_j , resolviéndose el empate con un medio del peso correspondiente. En nuestro caso tendremos, por ejemplo para $c(B, A) = 0,5 + 0,05 + 0,15 + \frac{1}{2}0,1 + 0,2 = 0,95$. Operando de igual manera con el resto de coeficientes, tendremos la matriz del Cuadro 6.4.

	A	B	C	D
A	—	0.050	0.100	0.000
B	0.950	—	0.650	0.050
C	0.900	0.350	—	0.125
D	1.000	0.950	0.875	—

Cuadro 6.4: Coeficientes de Concordancia

El siguiente paso sería delimitar un valor umbral con el que comparar cada término de la matriz de concordancias. La elección es múltiple y permite un análisis de sensibilidad del método. Para comenzar, puede

ser útil proponer como valor umbral el valor medio de los índices de concordancia, en este caso $\bar{c} = 0,5$. Así, sustituimos en la matriz de concordancia cada término con un 1 o un 0 en función de que el elemento sea superior o no al valor umbral. En nuestro caso tendremos la matriz del Cuadro 6.5.

	A	B	C	D
A	–	0	0	0
B	1	–	1	0
C	1	0	–	0
D	1	1	1	–

Cuadro 6.5: *Coefficientes de Concordancia Binarios*

A continuación se procede al cálculo de los índices de discordancia. El índice $d(A_i, A_j)$ cuantifica en que grado los atributos de A_j son realmente superiores a los de A_i . Para obtenerlos tendremos que normalizar y ponderar los datos. La normalización implica dividir cada término entre la diferencia existente entre el máximo y el mínimo de la columna correspondiente. La ponderación implica multiplicar posteriormente cada columna por el peso o porcentaje de importancia que el decisor confiere a cada atributo.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
A	1.00	0.08	-0.54	0.35	0.11
B	1.30	0.13	-0.41	0.35	0.15
C	1.20	0.12	-0.39	0.30	0.19
D	1.50	0.12	-0.39	0.40	0.31

Cuadro 6.6: *Matriz de atributos normalizada y ponderada*

A partir de esta matriz normalizada y ponderada, podemos calcular el índice de discordancia $d(A_i, A_j) = \frac{\max|\delta_{ij}|}{\max|\Delta_{ij}|}$. Δ_{ij} representa todas las posibles diferencias entre los atributos de A_i y A_j . Por el contrario, δ_{ij} , únicamente representa aquellas diferencias en las que el atributo de A_i es dominado por el correspondiente de A_j . Por ejemplo, para A y B tendremos,

$$d(A, B) = \frac{\max|1,30 - 1,00; 0,13 - 0,08; -0,41 + 0,54; 0,14 - 0,11|}{\max|1,30 - 1,00; 0,13 - 0,08; -0,41 + 0,53; 0,35 - 0,35; 0,14 - 0,11|}$$

de donde $d(A, B) = \frac{0,30}{0,30} = 1,00$. Operando así con el resto de elementos, tendremos la matriz de discordancias del Cuadro 6.7:

	A	B	C	D
A	–	1	1	1
B	0.00	–	0.39	1
C	0.25	1	–	1
D	0.00	0.075	0.008	–

Cuadro 6.7: *Matriz de discordancias*

De modo análogo a como hicimos con la matriz de concordancias, compararemos ahora la matriz de discordancias con un valor umbral. Igual que antes, podemos proponer un valor umbral inicial igual al valor medio de los índices de discordancia ($\bar{d} = 0,56$). Sin embargo, la substitución es contraria al caso anterior. Substituiremos cada elemento por un 1 si el elemento es inferior al umbral, y por un 0 si es superior. La matriz de discordancia binaria, resulta ser para nuestro caso la mostrada en el Cuadro 6.8.

	A	B	C	D
A	–	0	0	0
B	1	–	1	0
C	1	0	–	0
D	1	1	1	–

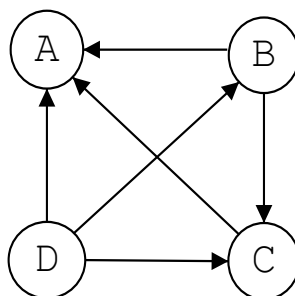
Cuadro 6.8: *Matriz de discordancia binaria*

Combinando las matrices de concordancia y discordancias binarias, se crea la matriz de concordancia agregada (Cuadro 6.9). Esta matriz se corresponde con el producto elemento a elemento de las dos anteriores.

	A	B	C	D
A	–	0	0	0
B	1	–	1	0
C	1	0	–	0
D	1	1	1	–

Cuadro 6.9: *Matriz de concordancia agregada.*

Con esta matriz de concordancia agregada podremos representar el grafo de dominancias de las posibles alternativas (figura 6.4). La solución que adoptemos vendrá del consenso de los grafos al realizar el análisis de sensibilidad. Este análisis nos informará de la estabilidad de los resultados obtenidos al variar los valores umbrales escogidos.

**Figura 6.4:** *Grafo ELECTRE del ejemplo 1 para $\bar{c} = 0,50$ y $\bar{d} = 0,56$*

6.4.7 Proceso analítico jerárquico

El proceso analítico jerárquico (*Analytic Hierarchy Process*, AHP) fue propuesto por Saaty en 1980[10] como respuesta a problemas concretos de toma de decisiones en el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, si bien hoy en día se aplica en muchos otros ámbitos. Se basa en el supuesto de que al enfrentarnos a una decisión compleja, la reacción natural humana es agrupar los elementos de decisión de acuerdo a sus características comunes. Es especialmente adecuado para decisiones complejas en las que intervienen elementos de decisión que son difíciles de cuantificar.

Este método multiatributo selecciona alternativas en función de un conjunto de criterios jerarquizados que suelen entrar en conflicto. De forma resumida, el AHP consiste en:

1. Dividir una situación compleja y poco estructurada en las partes que la componen.
2. Organizar esas partes (o variables) en un orden jerárquico.
3. Asignar valores numéricos a juicios subjetivos sobre la importancia relativa de cada variable.

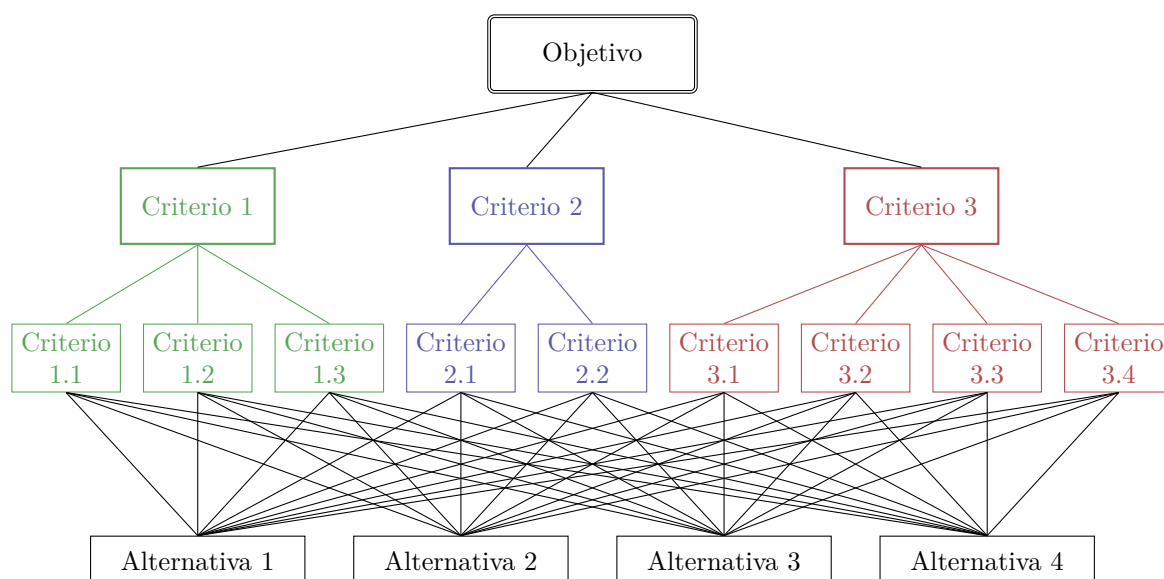


Figura 6.5: Ejemplo de estructura jerárquica

4. Sintetizar los juicios para determinar qué variables tienen mayor prioridad y deben actuar bajo la influencia del resultado de la situación.

En la estructura jerárquica creada, el objetivo final se encuentra en el nivel más elevado (objetivo primario) y los criterios y subcriterios en los niveles inferiores (objetivos secundarios), tal como se muestra en la Figura 6.5. Para que el método sea eficaz, es fundamental elegir bien esos criterios y subcriterios, debiendo estar muy bien definidos, ser relevantes y mutuamente excluyentes (es decir, son independientes entre ellos). Además, para evitar excesivas comparaciones a pares, es importante que el número de criterios y subcriterios en cada nivel no sea superior a 7.

Una vez definida la estructura jerárquica, se comparan, por pares, los criterios de cada grupo del mismo nivel jerárquico. También se realiza una comparación directa por pares de las alternativas respecto a los criterios del nivel inferior. Para ello se utilizan matrices de comparación y se emplea una «escala fundamental» (Cuadro 6.10). Esta es la clave del método, usar una escala de comparación por pares, puesto que el cerebro humano está especialmente bien diseñado para comparar dos criterios o alternativas entre sí, pero menos cuando tiene que hacer comparaciones conjuntas. En concreto, este método utiliza una escala fundamental del 1 al 9, la cual ha sido satisfactoria en comprobaciones empíricas realizadas en situaciones reales muy diversas.

Valor	Definición	Comentarios
1	Igual importancia	El criterio A es igual de importante que el criterio B
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente al criterio A sobre el B
5	Importancia grande	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente el criterio A sobre el B
7	Importancia muy grande	El criterio A es mucho más importante que el B
9	Importancia extrema	La mayor importancia del criterio A sobre el B está fuera de toda duda
2, 4, 6 y 8	Valores intermedios entre los anteriores, cuando es necesario matizar	

Cuadro 6.10: Escala fundamental de comparación por pares[10].

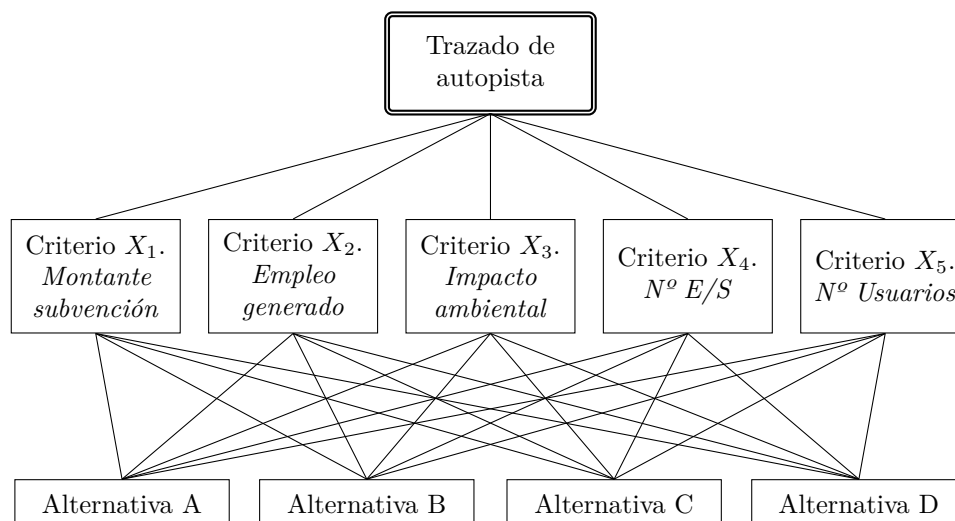


Figura 6.6: Estructura jerárquica del ejemplo

Criterio	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1		9	5	7	3
X_2					
X_3		5		3	
X_4		3			
X_5		7	3	5	

Cuadro 6.11: Matriz de decisión con la comparación de criterios

Tanto la comparación de las diferentes alternativas respecto a los criterios del nivel inferior de la estructura jerárquica, como la comparación de los diferentes criterios de un mismo nivel jerárquico, dan lugar a una matriz cuadrada denominada matriz de decisión. Esta matriz cumple con las propiedades de reciprocidad (si $a_{ij} = x$, entonces $a_{ji} = 1/x$), homogeneidad (si i y j son igualmente importantes, $a_{ij} = a_{ji} = 1$, y además, $a_{ii} = 1$, para todo i), y consistencia (la matriz no debe contener contradicciones en la valoración realizada). A partir de esta matriz se obtienen los pesos preferenciales, que representan la importancia relativa de cada criterio o las prioridades de las diferentes alternativas respecto a un determinado criterio. Para ello, se normaliza la matriz de decisión y se promedian los valores obtenidos para cada criterio o alternativa. Finalmente, se calcula el valor de importancia total de cada alternativa mediante la suma de los pesos preferenciales de cada una de ellas ponderados por los pesos preferenciales de los criterios.

En este caso, también cabría realizar un análisis de sensibilidad para observar y estudiar otras posibles soluciones al hacer cambios en la importancia de los elementos que definen el problema de decisión.

Ejemplo

Volviendo al ejemplo del trazado de autopista empleado en el método ELECTRE, si se considera que todos los criterios se encuentran en el mismo nivel, la estructura jerárquica del problema podría ser la ilustrada en la Figura 6.6. Supongamos, por ejemplo, que el centro decisor, a la vista de los datos del Cuadro 6.1, ha emitido sus juicios de valor, obteniendo las siguientes matrices:

- Cuadro 6.11, al comparar los diferentes criterios del mismo nivel jerárquico (nótese que, en este caso, existe un único nivel de criterios).

Se observa, por ejemplo, que el centro decisor no tiene dudas sobre la importancia del *montante de la subvención* (X_1) sobre el *empleo generado* (X_2), asignando una valoración igual a 9. También considera que el *montante de la subvención* (X_1):

Criterio X_1					Criterio X_2					Criterio X_3				
Opción	A	B	C	D	Opción	A	B	C	D	Opción	A	B	C	D
A					A					A				
B	5		3		B	9		3	3	B	7			
C	3				C	7			3	C	9	3		1
D	7	4	5		D	7				D	9	3		

Cuadro 6.12: Matrices de decisión con la comparación de alternativas para los criterios montante de la subvención (X_1) (izquierda), empleo generado (X_2) (centro), e impacto ambiental ocasionado (X_3) (derecha)

Criterio X_4					Criterio X_5				
Opción	A	B	C	D	Opción	A	B	C	D
A		1	3		A				
B			3		B	5			
C					C	7	5		
D	3	3	5		D	9	7	5	

Cuadro 6.13: Matrices de decisión con la comparación de alternativas para los criterios número de incorporaciones y salidas (X_4) (izquierda), y número previsto de usuarios que aprovecharán la vía (X_5) (derecha)

- es mucho más importante que el número de incorporaciones y salidas (X_4) –valoración igual a 7–;
 - es más importante que el impacto ambiental ocasionado (X_3) –valoración igual a 5–; o
 - es ligeramente más importante que el número previsto de usuarios que aprovecharán la vía (X_5) –valoración igual a 3–.
- Cuadros 6.12 al 6.13, de la comparación de las diferentes alternativas respecto a los criterios del nivel inferior (recuerde que existe un único nivel de criterios).

Las matrices anteriores se completan cumpliendo con las propiedades de reciprocidad (si $a_{ij} = x$, entonces $a_{ji} = 1/x$) y homogeneidad (si i y j son igualmente importantes, $a_{ij} = a_{ji} = 1$, y además, $a_{ii} = 1$, para todo i). Así, la matriz de decisión con la comparación de criterios quedaría tal como se muestra en el Cuadro 6.14, y las matrices de decisión de comparación de alternativas serían las mostradas en los Cuadros 6.15 al 6.16.

Posteriormente, se normaliza cada una de las matrices de decisión. Es decir, se divide cada término entre la suma de valoraciones de la columna correspondiente. El promedio –por fila– de estos valores normalizados representa el peso preferencial para cada criterio (Cuadro 6.17) y alternativa respecto a cada criterio (Cuadros 6.18 al 6.22).

Finalmente, se construye una tabla con todos los pesos preferenciales (de alternativas y criterios) calculados previamente y se obtiene el valor de importancia total de cada alternativa ponderando sus pesos preferenciales con los pesos preferenciales para cada criterio (Cuadro 6.23). De este modo, la estructura jerárquica quedaría como la mostrada en la Figura 6.7.

En este ejemplo, con los criterios y preferencias definidos, el orden de prioridad obtenido con el método AHP coincide con el del método ELECTRE, siendo el trazado D el que se presenta como mejor opción y

Criterio	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	1	9	5	7	3
X_2	1/9	1	1/5	1/3	1/7
X_3	1/5	5	1	3	1/3
X_4	1/7	3	1/3	1	1/5
X_5	1/3	7	3	5	1

Cuadro 6.14: Matriz de decisión con la comparación de criterios completa

Criterio X_1					Criterio X_2					Criterio X_3				
Opción	A	B	C	D	Opción	A	B	C	D	Opción	A	B	C	D
A	1	$1/5$	$1/3$	$1/7$	A	1	$1/9$	$1/7$	$1/7$	A	1	$1/7$	$1/9$	$1/9$
B	5	1	3	$1/4$	B	9	1	3	3	B	7	1	$1/3$	$1/3$
C	3	$1/3$	1	$1/5$	C	7	$1/3$	1	3	C	9	3	1	1
D	7	4	5	1	D	7	$1/3$	$1/3$	1	D	9	3	1	1

Cuadro 6.15: Matrices de decisión completas con la comparación de alternativas para los criterios montante de la subvención (X_1) (izquierda), empleo generado (X_2) (centro), e impacto ambiental ocasionado (X_3) (derecha).

Criterio X_4					Criterio X_5				
Alternativa	A	B	C	D	Alternativa	A	B	C	D
A	1	1	3	$1/3$	A	1	$1/5$	$1/7$	$1/9$
B	1	1	3	$1/3$	B	5	1	$1/5$	$1/7$
C	$1/3$	$1/3$	1	$1/5$	C	7	5	1	$1/5$
D	3	3	5	1	D	9	7	5	1

Cuadro 6.16: Matrices de decisión con la comparación de alternativas para los criterios número de incorporaciones y salidas (X_4) (izquierda), y número previsto de usuarios que aprovecharán la vía (X_5) (derecha)

Criterio	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Matriz normalizada					Promedio
X_1	1	9	5	7	3	0.56	0.36	0.52	0.43	0.64	0.50
X_2	$1/9$	1	$1/5$	$1/3$	$1/7$	0.06	0.04	0.02	0.02	0.03	0.03
X_3	$1/5$	5	1	3	$1/3$	0.11	0.20	0.10	0.18	0.07	0.13
X_4	$1/7$	3	$1/3$	1	$1/5$	0.08	0.12	0.03	0.06	0.04	0.07
X_5	$1/3$	7	3	5	1	0.19	0.28	0.31	0.31	0.21	0.26
Suma	1.79	25	9.53	16.33	4.68						

Cuadro 6.17: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de los criterios

Criterio X_1									
Opción	A	B	C	D	Matriz normalizada				Promedio
A	1	$1/5$	$1/3$	$1/7$	0.06	0.04	0.04	0.09	0.06
B	5	1	3	$1/4$	0.31	0.18	0.32	0.16	0.24
C	3	$1/3$	1	$1/5$	0.19	0.06	0.11	0.13	0.12
D	7	4	5	1	0.44	0.72	0.54	0.63	0.58
Suma	16	5.53	9.33	1.59					

Cuadro 6.18: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de las alternativas para el criterio montante de la subvención (X_1)

Criterio X_2									
Opción	A	B	C	D	Matriz normalizada				Promedio
A	1	$1/9$	$1/7$	$1/7$	0.04	0.06	0.03	0.02	0.04
B	9	1	3	3	0.38	0.56	0.67	0.42	0.51
C	7	$1/3$	1	3	0.29	0.19	0.22	0.42	0.28
D	7	$1/3$	$1/3$	1	0.29	0.19	0.07	0.14	0.17
Suma	24	1.78	4.48	7.14					

Cuadro 6.19: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de las alternativas para el criterio empleo generado (X_2)

Criterio X_3									
Opción	A	B	C	D	Matriz normalizada				Promedio
A	1	$1/7$	$1/9$	$1/9$	0.04	0.02	0.05	0.05	0.04
B	7	1	$1/3$	$1/3$	0.27	0.14	0.14	0.14	0.17
C	9	3	1	1	0.35	0.42	0.41	0.41	0.40
D	9	3	1	1	0.35	0.42	0.41	0.41	0.40
Suma	26	7.14	2.44	2.44					

Cuadro 6.20: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de las alternativas para el criterio impacto ambiental ocasionado (X_3)

Criterio X_4									
Opción	A	B	C	D	Matriz normalizada				Promedio
A	1	1	3	$1/3$	0.19	0.19	0.25	0.28	0.20
B	1	1	3	$1/3$	0.19	0.19	0.25	0.18	0.20
C	$1/3$	$1/3$	1	$1/5$	0.06	0.06	0.08	0.11	0.08
D	3	3	5	1	0.56	0.56	0.42	0.54	0.52
Suma	5.33	5.33	12	1.87					

Cuadro 6.21: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de las alternativas para el criterio número de incorporaciones y salidas (X_4)

Criterio X_5									
Opción	A	B	C	D	Matriz normalizada				Promedio
A	1	$1/5$	$1/7$	$1/9$	0.05	0.02	0.02	0.08	0.04
B	5	1	$1/5$	$1/7$	0.23	0.08	0.03	0.10	0.11
C	7	5	1	$1/5$	0.32	0.38	0.16	0.14	0.25
D	9	7	5	1	0.41	0.53	0.79	0.69	0.60
Suma	22	13.20	6.34	1.45					

Cuadro 6.22: Obtención de los pesos preferenciales (vector promedio) de las alternativas para el criterio número previsto de usuarios que aprovecharán la vía (X_5)

Criterio	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Total
A	0.06	0.04	0.04	0.20	0.04	0.06
B	0.24	0.51	0.17	0.20	0.11	0.20
C	0.12	0.28	0.40	0.08	0.25	0.19
D	0.58	0.17	0.40	0.52	0.60	0.54
Ponderación	0.50	0.03	0.13	0.07	0.26	

Cuadro 6.23: Matriz final con el valor de importancia total de cada alternativa

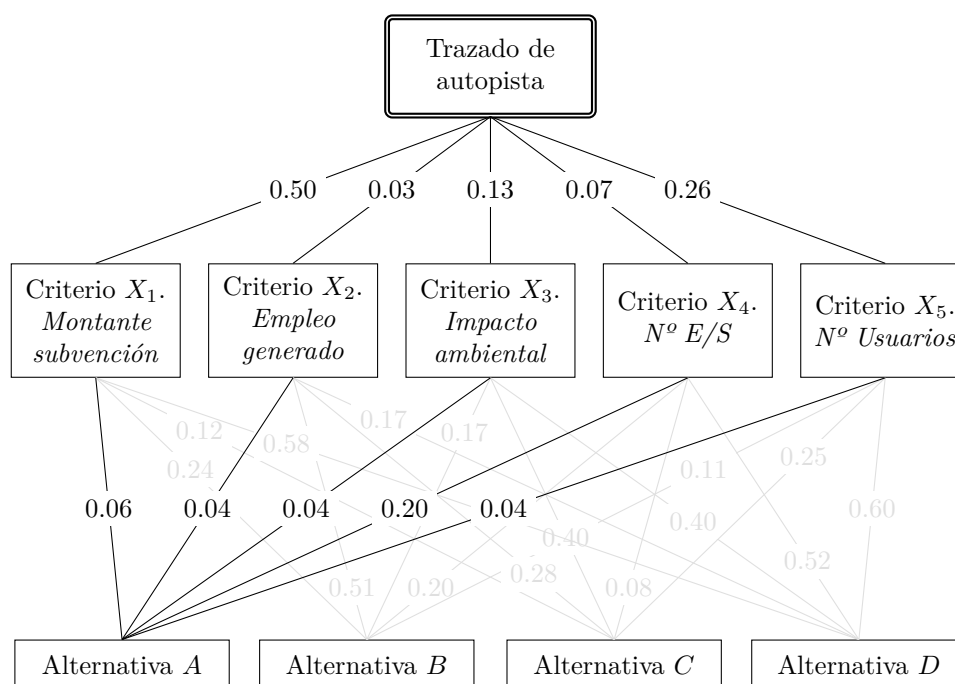


Figura 6.7: Estructura jerárquica del ejemplo con los pesos preferenciales obtenidos (para mayor claridad, se muestran con menos intensidad los pesos de tres de las cuatro alternativas)

el trazado A como peor alternativa. Sin embargo, las diferencias entre los trazados B y C no son tan claras cuando se emplea el método AHP, ya que prácticamente tienen la misma puntuación.

6.5 Conclusiones

6.5.1 Puntos tratados

En esta lección se han introducido los estudios previos en el ámbito de los proyectos. Se han descrito las características del estudio de mercado y se han presentado distintas técnicas de ayuda a la toma de decisiones, útiles para elegir entre las distintas alternativas –o establecer preferencias– que pueden presentarse durante la elaboración del estudio de viabilidad o, incluso, en fases posteriores del proyecto.

6.5.2 Preguntas abiertas

Ejercicio. En el proyecto de instalación de una planta de reciclaje de pilas y baterías usadas en la provincia de León, se valoran cuatro posibles ubicaciones: Astorga, Onzonilla, Cistierna y Sahagún. Las características objeto de estudio de cada polígono, así como las preferencias que, sobre cada una de ellas, ha mostrado el equipo encargado de decidir la mejor localización, son las siguientes:

- A. Coste del terreno: 10
- B. Disponibilidad de infraestructuras: 25
- C. Disponibilidad de vías de comunicación y transporte: 30
- D. Proximidad a las materias primas: 20
- E. Coste de la mano de obra: 15

Tras realizar los oportunos análisis, se han obtenido los índices mostrados en el Cuadro 6.24 para cada una de ellas.

Ubicación / Atributo	A	B	C	D	E
Astorga	4	5	5	5	7
Onzonilla	7	6	6	6	8
Cistierna	3	4	4	3	6
Sahagún	5	5	5	5	7

Cuadro 6.24: *Datos de partida.*

Empleando el método ELECTRE, ¿cuál es la mejor ubicación para dicha planta si buscamos minimizar costes y maximizar los servicios disponibles?

¿Cambiaría la solución si se emplease el proceso analítico jerárquico (AHP)?

6.5.3 Lecturas recomendadas

La presente lección sigue principalmente la línea marcada por las referencias [7] y [8]. El lector interesado en las técnicas multicriterio de ayuda para toma de decisiones puede encontrar interesante la referencia [8], por su recopilación y avances ante casos de selección entre alternativas según las variables que interesen y que, en la mayoría de ocasiones, se oponen entre sí.

Referencias

- [1] ARAGONÉS, P. *Aproximación a la toma de decisiones en proyectos. Implementación de una metodología multicriterio y multiexperto: PRES II*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Valencia, 1997.
- [2] ARAGONÉS, P., AND GÓMEZ-SENENT, E. *Técnicas de ayuda a la decisión multicriterio*. Servicio de publicaciones. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, 1997.
- [3] B.ROY. Classement et choix en présence de points de vue multiples (Laméthode ELECTRE). *Revue Francais d'Informatique et de Recherche Opérationnelle* 6 (1968), 57–75.
- [4] DEL CAÑO, A., AND DE LA CRUZ, M. *Conceptos básicos de la dirección de proyectos*. UNED, 1995.
- [5] KEENEY, R., AND RAIFFA, H. *Decisions with multiple objectives: preferences and values tradeoffs*. John Wiley, 1976.
- [6] MARGLIN, J. *Public Investment Criteria*. MIT Press, 1967.
- [7] MARTÍNEZ DE PISÓN ASCACIBAR, F. J., ORDIERES MERÉ, J. B., CASTEJÓN LIMAS, M., DE COS JUEZ, F. J., VERGARA GONZÁLEZ, E. P., AND ALBA ELÍAS, F. *La oficina técnica y los proyectos industriales*. Coeditado por el Servicio de publicaciones de la Universidad de La Rioja y AEIPRO, 2001.
- [8] ROMERO, C. *Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones*. No. 144 in Alianza Universidad Textos. Alianza Editorial, 1993.
- [9] S. BARBA-ROMERO, J. C. P. *Decisiones multicriterio. Fundamentos teóricos y utilización práctica*. Servicio de publicaciones. Universidad de Alcalá. Madrid, 1997.
- [10] SAATY, T. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill.
- [11] ZADEH, L. Optimality and Non-Scalar-Valued Performance Criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control* 8 (1963), 59–60.
- [12] ZELENY, M. *Multiple Criteria Decision*. University of South Carolina Press, 1973, ch. Compromise Programming, pp. 262–301.